

Filtr górnoprzepustowy RC

Wzmocnienie:

In[12]:= **Ku = Simplify** $\left[\frac{R}{R - \frac{i}{\omega C}}, \text{Assumptions} \rightarrow \{R > 0, C > 0, \omega > 0\} \right]$
[uproszcz] [założenia] [stała]

Out[12]=
$$\frac{C R \omega}{-i + C R \omega}$$

“Wzmocnienie” jest liczbą zespoloną!

Rozbijamy na część rzeczywistą i urojoną:

In[13]:= **ComplexExpand** [Ku]
[rozwiń na część rzeczywistą i urojoną]

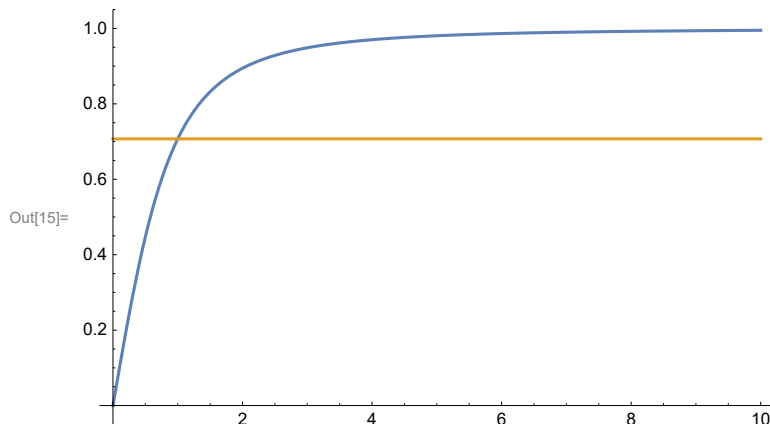
Out[13]=
$$\frac{i C R \omega}{1 + C^2 R^2 \omega^2} + \frac{C^2 R^2 \omega^2}{1 + C^2 R^2 \omega^2}$$

Moduł wzmocnienia wynosi (moduł ilorazu = ilorazowi modułów):

In[14]:= **ModKu** = $\frac{(C R \omega)}{\sqrt{1 + (C R \omega)^2}}$
[stała]

Out[14]=
$$\frac{C R \omega}{\sqrt{1 + C^2 R^2 \omega^2}}$$

In[15]:= **Plot** $\left[\left\{ \frac{\text{ModKu}}{\text{ModKu} /. \{C \rightarrow 1, R \rightarrow 1\}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\}, \{\omega, 0, 10\}, \text{PlotRange} \rightarrow \text{All} \right]$
[wykres] [stała] [zakres wykresu] [wszys]



Linia miodowa powyżej pokazuje poziom $1/\sqrt{2}$; jej przecięcie z wykresem pozwala określić dolną częstotliwość graniczną.

Szukamy wzoru na dolną częstotliwość graniczną:

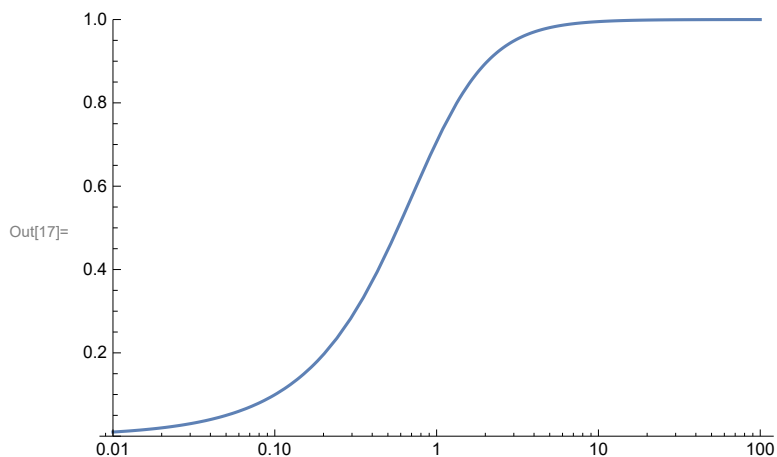
In[16]:= **Solve** $\left[\text{ModKu} == \frac{1}{\sqrt{2}}, \omega \right]$
[rozwiąż równanie]

Out[16]=
$$\left\{ \left\{ \omega \rightarrow \frac{1}{C R} \right\} \right\}$$

Na wykresie poniżej na osi pulsacji ω zastosowano skalę logarymiczną; jak widać zachowanie się zależności dla niskich częstotliwości jest widoczne ze znacznie lepszą rozdzielczością:

In[17]:= **LogLinearPlot**[**ModKu** /. {**R** → 1, **C** → 1}, { ω , 0.01, 100}, **PlotRange** → {0, 1}]

wykres logarytmiczno-liniowy stała zakres wykresu



A teraz wykres modułu wzmocnienia w skali logarytmicznej na obu osiach:

In[18]:= **ModKudB** = 20 **Log10**[**ModKu**]

logarytm dziesiętny

$$\text{Out[18]= } \frac{20 \operatorname{Log} \left[\frac{C R \omega}{\sqrt{1 + C^2 R^2 \omega^2}} \right]}{\operatorname{Log}[10]}$$

A wzmocnienie w dB dla pulsacji granicznej:

In[19]:= **ModKudB** /. { $\omega \rightarrow \frac{1}{R C}$ } // **N**

przybliżenie numeryczne

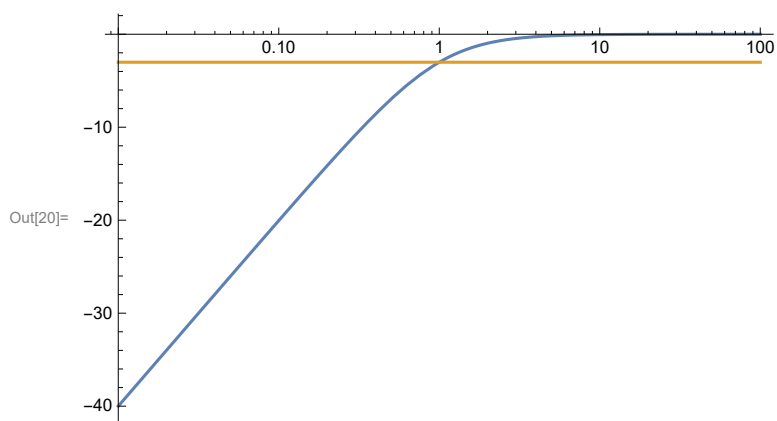
Out[19]= -3.0103

In[20]:= **LogLinearPlot**[

wykres logarytmiczno-liniowy

{**ModKudB** /. {**R** → 1, **C** → 1}, **Evaluate**[**ModKudB** /. { $\omega \rightarrow \frac{1}{R C}$ }]}, { ω , 0.01, 100}]

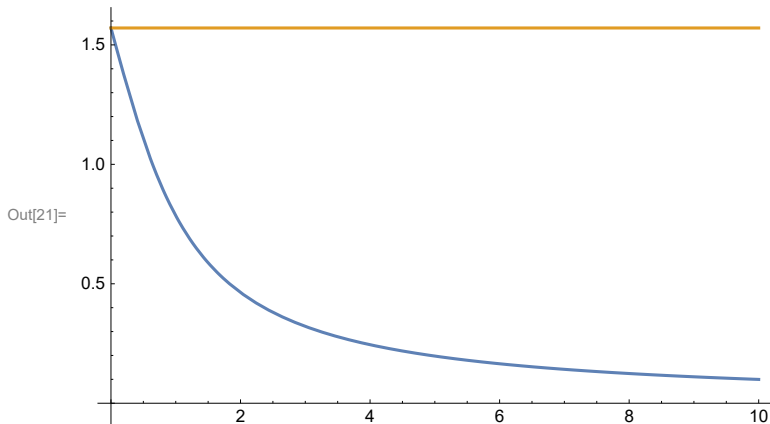
stała oblicz



Teraz zbadamy zachowanie się fazy wzmocnienia:

```
In[21]:= Plot[{Arg[Ku /. {R -> 1, C -> 1}], Pi/2}, {w, 0, 10}]
```

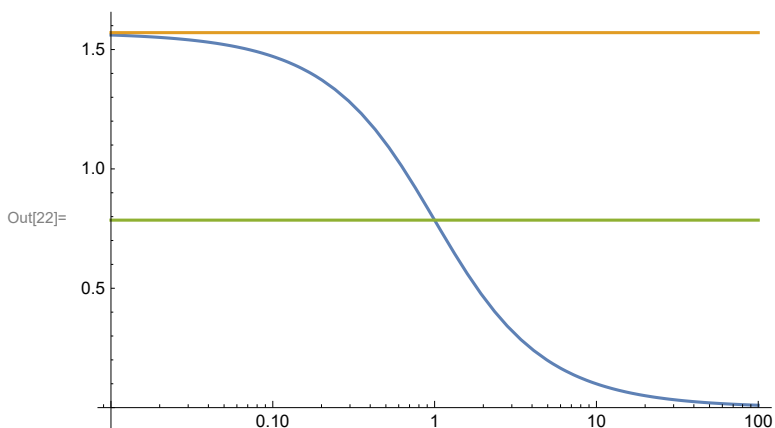
[wykres [argument liczby zespo... [stała [pi]



a w skali liniowo-logarytmicznej:

```
In[22]:= LogLinearPlot[{Arg[Ku /. {R -> 1, C -> 1}], Pi/2, Pi/4}, {w, 0.01, 100}]
```

[wykres logarytmic... [argument liczby zespo... [stała [pi] [pi]



Wzmocnienie rozbite na części rzeczywistą i urojoną ma postać: $\frac{i C R \omega}{1 + C^2 R^2 \omega^2} + \frac{C^2 R^2 \omega^2}{1 + C^2 R^2 \omega^2}$, więc:

```
In[23]:= FazaKu = ArcTan[ $\frac{C R \omega}{1 + C^2 R^2 \omega^2} / \frac{C^2 R^2 \omega^2}{1 + C^2 R^2 \omega^2}$ ]
```

[arcus tangens

Out[23]= $\text{ArcTan}\left[\frac{1}{C R \omega}\right]$

Gdy $\omega \rightarrow 0$ to

```
In[24]:= Simplify[FazaKu /. w -> 0, Assumptions -> {R > 0, C > 0, w > 0}]
```

[uprość [założenia [stała]

Power: Infinite expression $\frac{1}{0}$ encountered.

Out[24]= Indeterminate

In[25]:= **ArcTan**[∞]
 [arcus tangens]

Out[25]= $\frac{\pi}{2}$

zgodnie z wykresem powyżej.

In[26]:= **Simplify**[FazaKu /. $\omega \rightarrow \infty$, **Assumptions** $\rightarrow \{R > 0, C > 0\}$]
 [uprosć] [założenia] [stała]

Out[26]= 0

A gdy pulsacja jest równa dolnej pulsacji granicznej:

In[27]:= **FazaKu** /. $\omega \rightarrow \frac{1}{RC}$

Out[27]= $\frac{\pi}{4}$